

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор ГГУ имени Ф. Скорины



С. А. Хахомов

Регистрационный № УД- 2023-582 /уч.

Модуль «Дополнительные главы математики»:

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0612-01 Программная инженерия

2023 г.

Учебная программа составлена на основе Образовательного стандарта Республики Беларусь ОСВО 6-05-0612-01-2023. Общее высшее образование. Специальность 6-05-0612-01 Программная инженерия и введенного в действие постановлением Министра образования Республики Беларусь от 10.08.2023 № 246; учебного плана Учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» для специальности 6-05-0612-01 Программная инженерия, рег. № 6-0612-01-23/УП, утвержденного 17.02.2023 г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Е. М. Березовская – доцент кафедры вычислительной математики и программирования учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

О. В. Быченко – доцент кафедры учетные системы и технологии бизнес-менеджмента учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта», кандидат технических наук, доцент.

П. В. Бычков – доцент кафедры автоматических систем обработки информации учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики и программирования учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

(протокол № 11 от 26.04.2023 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

(протокол № 9 от 24.05.2023 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Численные методы» относится к государственному компоненту модуль «Дополнительные главы математики».

Учебная дисциплина «Численные методы» дает представление о роли и месте вычислительной математики при постановке, выборе эффективных алгоритмов и интерпретации результатов решения задач, а также знания и умения, необходимые при изучении специальных дисциплин, связанных с будущей профессиональной деятельностью инженеров программистов.

ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ, РОЛЬ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель учебной дисциплины «Численные методы» заключается в освоении студентами современных технологий математического моделирования, основанных на использовании численных методов и прикладного программного обеспечения.

Задачи дисциплины состоят в изучении основных принципов построения численных методов и оценки их вычислительных качеств, изучении основных методов численного решения задач линейной алгебры, анализа, дифференциальных уравнений, развития умения и навыков выбора адекватного алгоритма, его программной реализации, интерпретации результатов численных расчетов и степени их достоверности.

Базовыми учебными дисциплинами по курсу «Численные методы» являются следующие учебные дисциплины: «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ» и «Основы алгоритмизации и программирования».

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате изучения учебной дисциплины «Численные методы» формируются следующие компетенции: универсальные: обладать навыками творческого аналитического мышления; базовые профессиональные: выбирать эффективные алгоритмы вычислительной математики для решения поставленной профессиональной задачи, интерпретировать и анализировать результаты ее решения.

В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен:

знать:

- источники погрешности численных результатов;
- понятия устойчивости, сходимости и вычислительной сложности численных методов;
- требования корректности постановки задачи;
- основные приемы оценки погрешности численных методов;
- основные численные методы решения математических задач;
- современные тенденции в развитии методов численного решения математических и прикладных задач;

уметь:

- применять численные методы для решения прикладных задач;
- адаптировать известные алгоритмы к решению конкретных математических задач на компьютере;
- оценивать области применения и эффективность численного метода;
- анализировать достоверность полученных численных результатов;
- оценивать погрешность численного решения;

владеть:

- навыками использования программного обеспечения для численного решения задач;
- навыками применения численных методов для решения прикладных проблем.

При изучении дисциплины формируются или развиваются следующие компетенции:

БПК-5. Выбирать эффективные алгоритмы вычислительной математики для решения поставленной профессиональной задачи, интерпретировать и анализировать результаты ее решения.

В рамках образовательного процесса студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развить свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Форма получения образования – дневная. Дисциплина изучается обучающимися 2 курса специальности 6-05-0612-01 Программная инженерия в 3 семестре. Общее количество часов – 108 (3 зач. ед.); аудиторное количество часов – 50, из них: лекции – 26, в том числе управляемая самостоятельная работа (УСР) – 6, лабораторные занятия – 24. Форма отчётности – экзамен в 3 семестре.

Форма получения образования – заочная. Дисциплина изучается обучающимися 1, 2 курса специальности 6-05-0612-01 Программная инженерия во 2 и 3 семестре. Общее количество часов – 108 (3 зач. ед.); аудиторное количество часов – 12, из них: лекции – 8, лабораторные занятия – 4. Форма отчётности – экзамен в 3 семестре.

Форма получения образования – заочная сокращенная. Дисциплина изучается обучающимися 1 курса специальности 6-05-0612-01 Программная инженерия в 1 и 2 семестрах. Общее количество часов – 108 (3 зач. ед.); аудиторное количество часов – 12, из них: лекции – 8, лабораторные занятия – 4. Форма отчётности – экзамен во 2 семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1 Теоретические основы численных методов. основы теории погрешностей

1.1 Основы теории погрешностей

Источники и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Значащие и верные цифры. Погрешности (относительные) арифметических операций. Погрешность функции одной и многих переменных. Обусловленность вычислительной задачи. Представление чисел в ЭВМ. Понятия машинного эпсилон, машинной бесконечности, машинного нуля. Вычислительные задачи. Корректность и обусловленность вычислительных задач. Вычислительные алгоритмы. Катастрофическая потеря точности.

1.2 Обзор инструментальных программных средств

Обзор инструментальных программных средств пакетов прикладных программ Excel, Mathcad, Maple, Mathematica. Алгоритмический язык Python при применении численных методов.

Раздел 2 Методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

2.1 Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений

Нормы векторов и матриц. Обусловленность задачи решения СЛАУ. Число обусловленности.

2.2 Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Классификация уравнений и систем уравнений. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и задачи, возникающие при решении СЛАУ. Прямые методы решения СЛАУ. Метод Гаусса: основная идея и схемы реализации (схема единственного деления и с выбором главных элементов). Алгоритмизация метода Гаусса. LU-разложение матрицы и его использование для решения СЛАУ, вычисление определителя и нахождения обратной матрицы. Метод прогонки. Алгоритм и трудоемкость метода.

2.3 Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Особенности и преимущества применения итерационных методов. Метод простой итерации: алгоритм и теоремы сходимости. Метод Зейделя: алгоритм и теоремы сходимости. Метод релаксации.

Раздел 3 Интерполирование и приближения функций

3.1 Интерполирование функций

Постановка задачи глобальной полиномиальной интерполяции. Узлы интерполяции. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Многочлен Лагранжа. Погрешность интерполяции. Интерполяционный многочлен Ньютона с конечными и с разделенными разностями. Интерполяция сплайнами. Численное дифференцирование. Погрешность формул численного дифференцирования.

3.2 Равномерное приближение функций

Постановка задачи приближения функций. Различные способы задания нормы в нормированном пространстве. Многочлен наилучшего равномерного приближения. Многочлены Чебышева.

3.3 Среднеквадратическое приближение функций

Метод наименьших квадратов: общая характеристика метода. Построение эмпирических формул методом наименьших квадратов: линейная зависимость, квадратичная зависимость.

Раздел 4 Решение нелинейных уравнений

4.1 Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений

Постановка задачи поиска корня нелинейного уравнения. Локализация корней, методы уточнения корня – метод бисекции, метод простой итерации. Достаточное условие сходимости метода простой итерации. Приведение к виду, удобному для применения метода. Априорные и апостериорные оценки погрешности методов. Метод Ньютона. Достоинства и недостатки метода Ньютона. Другие итерационные методы (метод секущих, упрощенный метод Ньютона и др.). Скорость сходимости итерационных методов решения нелинейных уравнений. Решение систем нелинейных уравнений: методы простых итераций, Ньютона.

Раздел 5 Приближенное вычисление интегралов

5.1 Квадратурные формулы численного интегрирования

Постановка задачи численного интегрирования. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона и их оценки погрешности. Правило Рунге оценки погрешностей численного интегрирования. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности.

5.2 Приближенное вычисление кратных интегралов

Понятие о кубатурных формулах. Метод повторного применения квадратурных формул. Метод замены подынтегральной функции интерполяционным многочленом. Кубатурная формула трапеций на прямоугольной сетке. Кубатурная фор-

мула средних на прямоугольной сетке. Кубатурная формула Симпсона. Практическое применение.

Раздел 6 Численные методы решения дифференциальных уравнений и их систем

6.1 Решение задачи Коши для уравнения первого порядка

Постановка задачи Коши и ее геометрический смысл. Дискретизация задачи. Основные характеристики численных методов решения задачи Коши: явность/неявность, многошаговость. Аппроксимация, устойчивость и сходимость численных методов. Понятие о локальной и глобальной погрешностях. Явный и неявный методы Эйлера. Модификации метода Эйлера 2-го порядка точности. Идея построения методов Рунге-Кутты. Порядок точности методов. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности. Правило Рунге оценки погрешностей решения задачи Коши. Организация вычислений с автоматическим выбором шага.

6.2 Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений

Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений первого порядка. Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений m -го порядка.

Форма получения образования – очная

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия	Количество часов УСР			
1	Теоретические основы численных методов. Основы теории погрешностей	2	–	2	–			
1.1	Основы теории погрешностей 1 Источники и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Значение и верные цифры. 2 Погрешности (относительные) арифметических операций. Погрешность функции одной и многих переменных. Обусловленность вычислительной задачи. 3 Представление чисел в ЭВМ. Понятия машинного эпсилон, машинной бесконечности, машинного нуля. 4 Вычислительные задачи. Корректность и обусловленность вычислительных задач. Вычислительные алгоритмы. Катастрофическая потеря точности.	1	–	2	–	методические пособия ПЭВМ	[7] [18] [19] [22]–[25]	Защита лабораторных работ
1.2	Обзор инструментальных программных средств 1 Обзор инструментальных программных средств пакетов прикладных программ Excel, Mathcad, Maple, Mathematica. 2 Алгоритмический язык Python при применении численных методов.	1	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[2] [11] [14] [15] [17] [21]	Групповая консультация Устный опрос
2	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	4	–	4	2			
2.1	Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений 1 Нормы векторов и матриц. 2 Обусловленность задачи решения СЛАУ. Число обусловленности.	–	–	–	2	методические пособия ПЭВМ	[1] [3] [12] [16] [20]	Групповая консультация Устный опрос
2.2	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений 1 Классификация уравнений и систем уравнений. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и задачи, возникающие при решении СЛАУ. 2 Прямые методы решения СЛАУ. Метод Гаусса: основная идея и схемы реализации (схема единственного деления и с выбором главных элементов). Алгоритмизация метода Гаусса. 3 LU-разложение матрицы и его использование для решения СЛАУ, вычисление определителя и нахождения обратной матрицы. 4 Метод прогонки. Алгоритм и трудоемкость метода.	2	–	2	–	методические пособия ПЭВМ	[1] [3] [12] [16] [20]	Защита лабораторных работ
2.3	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений 1 Особенности и преимущества применения итерационных методов.	2	–	2	–	методические пособия	[1] [3] [12] [16] [20]	Защита лабораторных работ

	2 Метод простой итерации: алгоритм и теоремы сходимости. 3 Метод Зейделя: алгоритм и теоремы сходимости. 4 Метод релаксации.					ПЭВМ		
3	Интерполирование и приближение функций	4	–	6	2			
3.1	Интерполирование функций 1 Постановка задачи глобальной полиномиальной интерполяции. 2 Узлы интерполяции. Существование и единственность интерполяционного многочлена. 3 Многочлен Лагранжа. Погрешность интерполяции. 4 Интерполяционный многочлен Ньютона с конечными и с разделенными разностями. 5 Интерполяция сплайнами. 6 Численное дифференцирование. Погрешность формул численного дифференцирования.	2	–	4	–	методические пособия ПЭВМ	[4]–[7] [9] [10] [18] [22] –[25]	Защита лабораторных работ Контрольная работа
3.2	Равномерное приближение функций 1 Постановка задачи приближения функций. 2 Различные способы задания нормы в нормированном пространстве. 3 Многочлен наилучшего равномерного приближения. 4 Многочлены Чебышева.	–	–	–	2	методические пособия ПЭВМ	[4]–[7] [9] [10] [18] [22] –[25]	Групповая консультация Устный опрос
3.3	Среднеквадратическое приближение функций 1 Метод наименьших квадратов: общая характеристика метода. 2 Построение эмпирических формул методом наименьших квадратов: линейная зависимость, квадратичная зависимость.	2	–	2	–	методические пособия ПЭВМ	[4]–[7] [9] [10] [18] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
4	Решение нелинейных уравнений	2	–	4	–			
4.1	Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений 1 Постановка задачи поиска корня нелинейного уравнения. 2 Локализация корней, методы уточнения корня – метод бисекции, метод простой итерации. Достаточное условие сходимости метода простой итерации. Приведение к виду, удобному для применения метода. 3 Метод Ньютона. Достоинства и недостатки метода Ньютона. 4 Скорость сходимости итерационных методов решения нелинейных уравнений. 5 Решение систем нелинейных уравнений: методы простых итераций, Ньютона.	2	–	4	–	методические пособия ПЭВМ	[9] [12] [16] [18] [22] –[25]	Защита лабораторных работ Контрольная работа
5	Приближенное вычисление интегралов	4	–	4	–			
5.1	Квадратурные формулы численного интегрирования 1 Постановка задачи численного интегрирования. 2 Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. 3 Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона и их оценки погрешности. 4 Правило Рунге оценки погрешностей численного интегрирования. 5 Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности.	2	–	2		методические пособия ПЭВМ	[4] – [6] [10] [16] [18] [19] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
5.2	Приближенное вычисление кратных интегралов 1. Понятие о кубатурных формулах. 2. Метод повторного применения квадратурных формул. 3. Метод замены подынтегральной функции интерполяционным многочленом. 4. Кубатурная формула трапеций на прямоугольной сетке. Кубатурная формула средних на прямоугольной сетке. Кубатурная формула Симпсона. Практиче-	2	–	2	–	методические пособия ПЭВМ	[4] – [6] [10] [16] [18] [19] [22] –[25]	Защита лабораторных работ Контрольная работа

	ское применение.							
6	Численные методы решения дифференциальных уравнений и их систем	4	–	4	2			
6.1	Решение задачи Коши для уравнения первого порядка 1 Постановка задачи Коши и ее геометрический смысл. Дискретизация задачи. Основные характеристики численных методов решения задачи Коши: явность/неявность, многошаговость. 2 Аппроксимация, устойчивость и сходимость численных методов. Понятие о локальной и глобальной погрешностях. 3 Явный и неявный методы Эйлера. Модификации метода Эйлера 2-го порядка точности. 4 Идея построения методов Рунге-Кутты. Порядок точности методов. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности. Правило Рунге оценки погрешностей решения задачи Коши. Организация вычислений с автоматическим выбором шага.	4	–	2	–	методические пособия ПЭВМ	[6]–[8] [13] [18] [19] [22]–[25]	Защита лабораторных работ Контрольная работа
6.2	Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений 1 Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений первого порядка. 2 Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений m-го порядка.	–	–	2	2	методические пособия ПЭВМ	[6]–[8] [13] [18] [19] [22]–[25]	Групповая консультация Защита лабораторных работ Тестовые задания
	Итого	20	–	24	6			Экзамен

Форма получения образования – заочная

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия	Количество часов УСП			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Теоретические основы численных методов. Основы теории погрешностей	2	–	–	–			
1.1	Основы теории погрешностей 1 Источники и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Значение и верные цифры. 2 Погрешности (относительные) арифметических операций. Погрешность функции одной и многих переменных. Обусловленность вычислительной задачи. 3 Представление чисел в ЭВМ. Понятия машинного эпсилон, машинной бесконечности, машинного нуля. 4 Вычислительные задачи. Корректность и обусловленность вычислительных задач. Вычислительные алгоритмы. Катастрофическая потеря точности.	1	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[7] [18] [19] [22]–[25]	Групповая консультация
1.2	Обзор инструментальных программных средств 1 Обзор инструментальных программных средств пакетов прикладных программ Excel, Mathcad, Maple, Mathematica. 2 Алгоритмический язык Python при применении численных методов.	1	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[2] [11] [14] [15] [17] [21]	Групповая консультация
2	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	2	–	–	–			
2.1	Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений 1 Нормы векторов и матриц. 2 Обусловленность задачи решения СЛАУ. Число обусловленности.	–	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[1] [3] [12] [16] [20]	Групповая консультация
2.2	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений 1 Классификация уравнений и систем уравнений. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и задачи, возникающие при решении СЛАУ. 2 Прямые методы решения СЛАУ. Метод Гаусса: основная идея и схемы реализации (схема единственного деления и с выбором главных элементов). Алгоритмизация метода Гаусса. 3 LU-разложение матрицы и его использование для решения СЛАУ, вычисление определителя и нахождения обратной матрицы. 4 Метод прогонки. Алгоритм и трудоемкость метода.	1	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[1] [3] [12] [16] [20]	Групповая консультация

2.3	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений 1 Особенности и преимущества применения итерационных методов. 2 Метод простой итерации: алгоритм и теоремы сходимости. 3 Метод Зейделя: алгоритм и теоремы сходимости. 4 Метод релаксации.	1	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[1] [3] [12] [16] [20]	Групповая консультация Устный опрос
3	Методы интерполирования и приближения функций	1	–	1	–			
3.1	Интерполирование функций 1 Постановка задачи глобальной полиномиальной интерполяции. 2 Узлы интерполяции. Существование и единственность интерполяционного многочлена. 3 Многочлен Лагранжа. Погрешность интерполяции. 4 Интерполяционный многочлен Ньютона с конечными и с разделенными разностями. 5 Интерполяция сплайнами. 6 Численное дифференцирование. Погрешность формул численного дифференцирования.	1	–	1	–	методические пособия ПЭВМ	[4]–[7] [9] [10] [18] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
3.2	Равномерное приближение функций 1 Постановка задачи приближения функций. 2 Различные способы задания нормы в нормированном пространстве. 3 Многочлен наилучшего равномерного приближения. 4 Многочлены Чебышева.	–	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[4]–[7] [9] [10] [18] [22] –[25]	Групповая консультация
3.3	Среднеквадратическое приближение функций 1 Метод наименьших квадратов: общая характеристика метода. 2 Построение эмпирических формул методом наименьших квадратов: линейная зависимость, квадратичная зависимость.	–	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[4]–[7] [9] [10] [18] [22] –[25]	Групповая консультация
4	Решение нелинейных уравнений	1	–	1	–			
4.1	Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений 1 Постановка задачи поиска корня нелинейного уравнения. 2 Локализация корней, методы уточнения корня – метод бисекции, метод простой итерации. Достаточное условие сходимости метода простой итерации. Приведение к виду, удобному для применения метода. 3 Метод Ньютона. Достоинства и недостатки метода Ньютона. 4 Скорость сходимости итерационных методов решения нелинейных уравнений. 5 Решение систем нелинейных уравнений: методы простых итераций, Ньютона.	1	–	1	–	методические пособия ПЭВМ	[9] [12] [16] [18] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
5	Приближенное вычисление интегралов	1	–	1	–			
5.1	Квадратурные формулы численного интегрирования 1 Постановка задачи численного интегрирования. 2 Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. 3 Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона и их оценки погрешности. 4 Правило Рунге оценки погрешностей численного интегрирования. 5 Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности.	1	–	1	–	методические пособия ПЭВМ	[4] – [6] [10] [16] [18] [19] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
5.2	Приближенное вычисление кратных интегралов 1. Понятие о кубатурных формулах.	–	–	–	–	методические пособия	[4] – [6] [10] [16]	Групповая консультация

	2. Метод повторного применения квадратурных формул. 3. Метод замены подынтегральной функции интерполяционным многочленом. 4. Кубатурная формула трапеций на прямоугольной сетке. Кубатурная формула средних на прямоугольной сетке. Кубатурная формула Симпсона. Практическое применение.					ПЭВМ	[18] [19] [22] –[25]	Устный опрос
6	Численные методы решения дифференциальных уравнений и их систем	1	–	1	–			
6.1	Решение задачи Коши для уравнения первого порядка 1 Постановка задачи Коши и ее геометрический смысл. Дискретизация задачи. Основные характеристики численных методов решения задачи Коши: явность/неявность, многошаговость. 2 Аппроксимация, устойчивость и сходимость численных методов. Понятие о локальной и глобальной погрешностях. 3 Явный и неявный методы Эйлера. Модификации метода Эйлера 2-го порядка точности. 4 Идея построения методов Рунге-Кутты. Порядок точности методов. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности. Правило Рунге оценки погрешностей решения задачи Коши. Организация вычислений с автоматическим выбором шага.	1	–	1	–	методические пособия ПЭВМ	[6]–[8] [13] [18] [19] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
6.2	Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений 1 Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений первого порядка. 2 Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений m-го порядка.	–	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[6]–[8] [13] [18] [19] [22] –[25]	Групповая консультация Тестовые задания
	Итого	8	–	4	–			Экзамен

Форма получения образования – заочная сокращенная
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия	Количество часов УСП			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Теоретические основы численных методов. Основы теории погрешностей	2	–	–	–			
1.1	Основы теории погрешностей 1 Источники и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Значение и верные цифры. 2 Погрешности (относительные) арифметических операций. Погрешность функции одной и многих переменных. Обусловленность вычислительной задачи. 3 Представление чисел в ЭВМ. Понятия машинного эпсилон, машинной бесконечности, машинного нуля. 4 Вычислительные задачи. Корректность и обусловленность вычислительных задач. Вычислительные алгоритмы. Катастрофическая потеря точности.	1	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[7] [18] [19] [22]–[25]	Групповая консультация
1.2	Обзор инструментальных программных средств 1 Обзор инструментальных программных средств пакетов прикладных программ Excel, Mathcad, Maple, Mathematica. 2 Алгоритмический язык Python при применении численных методов.	1	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[2] [11] [14] [15] [17] [21]	Групповая консультация
2	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	2	–	–	–			
2.1	Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений 1 Нормы векторов и матриц. 2 Обусловленность задачи решения СЛАУ. Число обусловленности.	–	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[1] [3] [12] [16] [20]	Групповая консультация
2.2	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений 1 Классификация уравнений и систем уравнений. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и задачи, возникающие при решении СЛАУ. 2 Прямые методы решения СЛАУ. Метод Гаусса: основная идея и схемы реализации (схема единственного деления и с выбором главных элементов). Алгоритмизация метода Гаусса. 3 LU-разложение матрицы и его использование для решения СЛАУ, вычисление определителя и нахождения обратной матрицы. 4 Метод прогонки. Алгоритм и трудоемкость метода.	1	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[1] [3] [12] [16] [20]	Групповая консультация

2.3	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений 1 Особенности и преимущества применения итерационных методов. 2 Метод простой итерации: алгоритм и теоремы сходимости. 3 Метод Зейделя: алгоритм и теоремы сходимости. 4 Метод релаксации.	1	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[1] [3] [12] [16] [20]	Групповая консультация Устный опрос
3	Методы интерполирования и приближения функций	1	–	1	–			
3.1	Интерполирование функций 1 Постановка задачи глобальной полиномиальной интерполяции. 2 Узлы интерполяции. Существование и единственность интерполяционного многочлена. 3 Многочлен Лагранжа. Погрешность интерполяции. 4 Интерполяционный многочлен Ньютона с конечными и с разделенными разностями. 5 Интерполяция сплайнами. 6 Численное дифференцирование. Погрешность формул численного дифференцирования.	1	–	1	–	методические пособия ПЭВМ	[4]–[7] [9] [10] [18] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
3.2	Равномерное приближение функций 1 Постановка задачи приближения функций. 2 Различные способы задания нормы в нормированном пространстве. 3 Многочлен наилучшего равномерного приближения. 4 Многочлены Чебышева.	–	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[4]–[7] [9] [10] [18] [22] –[25]	Групповая консультация
3.3	Среднеквадратическое приближение функций 1 Метод наименьших квадратов: общая характеристика метода. 2 Построение эмпирических формул методом наименьших квадратов: линейная зависимость, квадратичная зависимость.	–	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[4]–[7] [9] [10] [18] [22] –[25]	Групповая консультация
4	Решение нелинейных уравнений	1	–	1	–			
4.1	Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений 1 Постановка задачи поиска корня нелинейного уравнения. 2 Локализация корней, методы уточнения корня – метод бисекции, метод простой итерации. Достаточное условие сходимости метода простой итерации. Приведение к виду, удобному для применения метода. 3 Метод Ньютона. Достоинства и недостатки метода Ньютона. 4 Скорость сходимости итерационных методов решения нелинейных уравнений. 5 Решение систем нелинейных уравнений: методы простых итераций, Ньютона.	1	–	1	–	методические пособия ПЭВМ	[9] [12] [16] [18] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
5	Приближенное вычисление интегралов	1	–	1	–			
5.1	Квадратурные формулы численного интегрирования 1 Постановка задачи численного интегрирования. 2 Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. 3 Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона и их оценки погрешности. 4 Правило Рунге оценки погрешностей численного интегрирования. 5 Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности.	1	–	1	–	методические пособия ПЭВМ	[4] – [6] [10] [16] [18] [19] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
5.2	Приближенное вычисление кратных интегралов 1. Понятие о кубатурных формулах.	–	–	–	–	методические пособия	[4] – [6] [10] [16]	Групповая консультация

	2. Метод повторного применения квадратурных формул. 3. Метод замены подынтегральной функции интерполяционным многочленом. 4. Кубатурная формула трапеций на прямоугольной сетке. Кубатурная формула средних на прямоугольной сетке. Кубатурная формула Симпсона. Практическое применение.					ПЭВМ	[18] [19] [22] –[25]	Устный опрос
6	Численные методы решения дифференциальных уравнений и их систем	1	–	1	–			
6.1	Решение задачи Коши для уравнения первого порядка 1 Постановка задачи Коши и ее геометрический смысл. Дискретизация задачи. Основные характеристики численных методов решения задачи Коши: явность/неявность, многошаговость. 2 Аппроксимация, устойчивость и сходимость численных методов. Понятие о локальной и глобальной погрешностях. 3 Явный и неявный методы Эйлера. Модификации метода Эйлера 2-го порядка точности. 4 Идея построения методов Рунге-Кутты. Порядок точности методов. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности. Правило Рунге оценки погрешностей решения задачи Коши. Организация вычислений с автоматическим выбором шага.	1	–	1	–	методические пособия ПЭВМ	[6]–[8] [13] [18] [19] [22] –[25]	Защита лабораторных работ
6.2	Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений 1 Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений первого порядка. 2 Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений m-го порядка.	–	–	–	–	методические пособия ПЭВМ	[6]–[8] [13] [18] [19] [22] –[25]	Групповая консультация Тестовые задания
	Итого	8	–	4	–			Экзамен

Доцент кафедры вычислительной математики и программирования

Е. М. Березовская

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Примерный перечень лабораторных работ

1. Элементы теории погрешностей.
2. Прямые методы решения систем линейных уравнений.
3. Итерационные методы решения систем уравнений.
4. Численные методы решения нелинейных уравнений.
5. Численные методы решения систем нелинейных уравнений.
6. Приближение функций интерполяционными многочленами.
7. Квадратурные правила интерполяционного типа.
8. Интерполяция сплайнами.
9. Приближенное вычисление определённых интегралов.
10. Одношаговые методы решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка.
11. Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений первого порядка.

Рекомендуемые формы контроля знаний

1. Текущий опрос.
2. Защита лабораторных работ по теории и практической реализации заданий на ПЭВМ.
3. Выполнение тестовых заданий.
4. Контрольная работа.

Рекомендуемые темы контрольных работ

1. Итерационные методы решения нелинейных уравнений.
2. Аппроксимация функций.
3. Численное интегрирование.
4. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Примерная тематика УСР

1. Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений.
2. Равномерные приближения.
3. Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.

Методические рекомендации по организации и выполнению УСР по дисциплине «Численные методы»

Для самостоятельного изучения выделяются следующие темы дисциплины «Численные методы»:

- Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений.
- Равномерные приближения.
- Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.

Самостоятельное изучение данных тем преследует следующие цели:

- Ознакомиться с основными определениями обусловленности задачи при решении систем линейных алгебраических уравнений; научиться проводить анализ поставленной задачи на корректность, обусловленность; научиться интерпретировать полученные результаты исследования.
- Изучить основные понятия, определения и теоремы теории равномерного приближения непрерывных функций; ознакомиться с построением алгебраических и тригонометрических многочленов наилучшего равномерного приближения; научиться применять на практике изученную методику построения алгебраических многочленов наилучшего приближения.
- Ознакомиться с применением методов Эйлера, Рунге-Кутты, Адамса при решении систем дифференциальных уравнений второго порядка; научиться применять вышеперечисленные методы на практике.

Учебная программа УСР

1.1. Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений – 2 часа.

Цели: 1) ознакомиться с основными определениями обусловленности задачи при решении систем линейных алгебраических уравнений; 2) научиться проводить анализ поставленной задачи на корректность, обусловленность; 3) научиться интерпретировать полученные результаты исследования.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [1] [3] [12] [16] [20] из списка рекомендуемой литературы.

1.2. Равномерные приближения – 2 часа.

Цели: 1) изучить основные понятия, определения и теоремы теории равномерного приближения непрерывных функций; 2) ознакомиться с построением алгебраических и тригонометрических многочленов наилучшего равномерного при-

ближения; 3) научиться применять на практике изученную методику построения алгебраических многочленов наилучшего приближения.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – групповая консультация.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [4]–[7] [9] [10] [18] [22]–[25] из списка рекомендуемой литературы.

1.3. Решение задачи Коши для систем дифференциальных уравнений – 2ч.

Цели: 1) ознакомиться с применением методов Эйлера, Рунге-Кутты, Адамса при решении систем дифференциальных уравнений второго порядка; 2) научиться применять вышеперечисленные методы на практике.

Форма выполнения заданий – индивидуальная.

Формы контроля теоретических знаний и практических навыков – Групповая консультация, лабораторная работа.

Учебно-методическое обеспечение – электронный вариант текстов лекций, а также [6]–[8] [13] [18] [19] [22]–[25] из списка рекомендуемой литературы.

Рекомендуемая литература

Основная

1. Березовская, Е. М. Численные методы линейной алгебры: системы уравнений и собственные значения : практическое пособие / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2019. – 47 с. – Режим доступа : <http://elib.gsu.by/handle/123456789/7478>.
2. Воробьева, В. Е. Основы численных методов и их реализация в MS Excel : учебное пособие / В. Е. Воробьева, Ф. И. Воробьева. – Казань : КНИТУ, 2022. – 124 с. – Режим доступа : по подписке : <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=702265>.
3. Коновалова, Е. И. Численные методы линейной алгебры : учебное пособие / Е. И. Коновалова, Л. В. Яблокова. – Самара : Самарский университет, 2022. – 152 с. – Режим доступа : для авториз. пользователей : <https://e.lanbook.com/book/336686>.

Книгообеспеченность дисциплины ниже нормы, новых изданий в библиотеке недостаточно, рекомендуется оформить заявку на закупку новой учебной литературы.

Библ.

ИИИ

И.В. Никишук

14.12.2023

Дополнительная

4. Бахвалов, Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков. – Москва : Лаборатория знаний, 2015. – 243 с.
5. Бахвалов, Н. С. Численные методы. Решения задач и упражнения: учебное пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, А. А. Корнев, Е. В. Чижонков. – Москва : Лаборатория знаний, 2016. – 355 с.
6. Бахвалов, Н.С. Численные методы : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Москва : Бином. Лаборатория знаний, 2023. – 636 с.
7. Березин, И. С. Методы вычислений: учебное пособие: в 2 т. / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – Москва : Наука, 1966.
8. Березовская, Е. М. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: тексты лекций: в 3 ч. / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2015. – Ч. 3. – 55 с.
9. Березовская, Е. М. Методы вычислений : тексты лекций : в 2 ч. / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2010. – Ч. 1 : Интерполирование и нелинейные уравнения. – 80 с. – Режим доступа: <http://elib.gsu.by/handle/123456789/1589>.
10. Березовская, Е. М. Методы численного анализа: тексты лекций: в 2 ч. / Е. М. Березовская. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2007. – Ч. 1 : Интерполя-

ция и интегрирование. – 131 с. – Режим доступа: <http://elib.gsu.by/handle/123456789/3523>.

11. Вабищевич, П. Н. Численные методы: Вычислительный практикум. Практическое применение численных методов при использовании алгоритмического языка Python / П. Н. Вабищевич. – Москва : Ленанд, 2019. – 320 с.
12. Вержбицкий, В. М. Численные методы: линейная алгебра и нелинейные уравнения: учебное пособие / В. М. Вержбицкий. – Москва : Оникс 21 век, 2005. – 432 с.
13. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 400 с.
14. Дьяконов, В. П. Mathematica 5/6/7. Полное руководство / В. П. Дьяконов. – Издательство: ДМК Пресс, 2010. – 624 с.
15. Жуков, Б. А. Численные методы. Теория и практика в системах Maple и MathCad: учебное пособие / Б. А. Жуков, Ю. Ю. Андреева. – Волгоград: ВолгГТУ, 2018. – 60 с.
16. Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах: учебное пособие / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев. – Москва : Лань, 2015. – 448 с.
17. Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие / В. Д. Колдаев. – Москва: Форум, 2018. – 336 с.
18. Копченова, Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах: учебное пособие / Н. В. Копченова, И. А. Марон. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 368 с.
19. Крылов, В. И. Вычислительные методы: учебное пособие: в 2 т. / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – Москва : Наука, 1976. – 1977.
20. Можаровский, В. В. Вычислительные методы алгебры : практическое руководство / В. В. Можаровский, Т. М. Дёмова. – Гомель : Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, 2017. – 45 с. – Режим доступа : <http://elib.gsu.by/jspui/handle/123456789/2789>.
21. Поршнев, С. В. Численные методы на базе Mathcad / С. В. Поршнев, И. В. Беленкова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 464 с.

Электронные ресурсы

22. Амосов, А. А. Вычислительные методы для инженеров / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Режим доступа: https://scask.ru/i_book_clm.php?id=1. – Дата доступа : 28.01.2023.
23. Березин, И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Т.1. – Режим доступа: https://scask.ru/i_book_calc1.php?id=1. – Дата доступа : 28.02.2023.

24. Березин, И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Т.2. – Режим доступа: https://scask.ru/i_book_calc2.php?id=1. – Дата доступа : 08.03.2023.
25. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Режим доступа: https://scask.ru/q_book_dig_m.php?id=1. – Дата доступа : 28.01.2023.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на 2023 / 2024 учебный год

№№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
	Дополнений и изменений нет	

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
ВМ и программирования
(протокол № _____ от _____ 202 г.)

Заведующий кафедрой ВМиП
к.ф.-м.н., доцент

_____ Д. С. Кузьменков

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета математики и
технологий программирования
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
к.ф.-м.н., доцент

_____ С. П. Жогаль